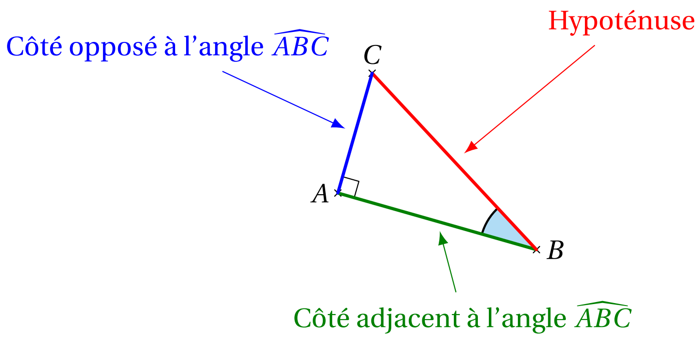
TRIGONOMÉTRIE DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

1 VOCABULAIRE

Dans un triangle rectangle, chaque angle aigu est constitué de deux côtés : l'hypoténuse et son *côté adjacent*.

L'autre côté est son *côté opposé*.

Exemple :

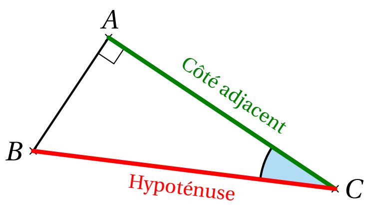
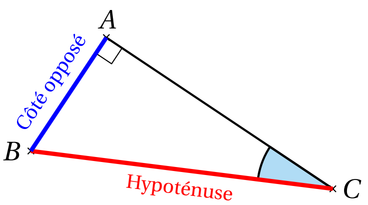
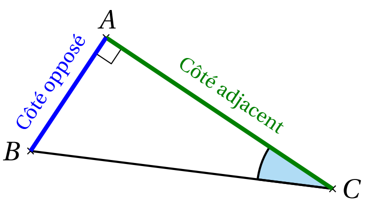


2 COSINUS, SINUS ET TANGENTE D'UN ANGLE AIGU

DÉFINITIONS

• **Cosinus**	• **Sinus**	• **Tangente**
Dans un triangle rectangle, le *cosinus* d'un angle aigu est le quotient de la longueur du *côté adjacent* à cet angle par la longueur de l'*hypoténuse*.	Dans un triangle rectangle, le *sinus* d'un angle aigu est le quotient de la longueur du *côté opposé* à cet angle par la longueur de l'*hypoténuse*.	Dans un triangle rectangle, la *tangente* d'un angle aigu est le quotient de la longueur du *côté opposé* à cet angle par la longueur de son *côté adjacent*.

EXEMPLES

 Dans le triangle ABC, rectangle en A, on a : $\cos\left(\widehat{ACB}\right) = \dfrac{AC}{BC}$.	 Dans le triangle ABC, rectangle en A, on a : $\sin\left(\widehat{ACB}\right) = \dfrac{AB}{BC}$.	 Dans le triangle ABC, rectangle en A, on a : $\tan\left(\widehat{ACB}\right) = \dfrac{AB}{AC}$.

Attention ! Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont des nombres positifs inférieurs à 1.

Moyen mnémotechnique :

Cosinus **A**djacent **H**ypoténuse – **S**inus **O**pposé **H**ypoténuse – **T**angente **O**pposé **A**djacent

➜ **CAH – SOH – TOA** (Casse-toi... ☺)

3 Applications

➢ Calcul d'un angle

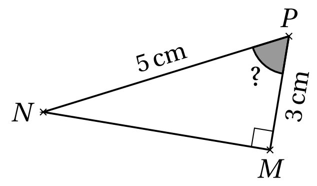
Si on connaît le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle, on peut, à l'aide de la calculatrice, déterminer une valeur approchée de cet angle en utilisant une des touches $\cos^{-1}$, $\sin^{-1}$ ou $\tan^{-1}$.

Exemples :

Dans le triangle MNP, rectangle en M, on a :

$$\cos\left(\widehat{MPN}\right) = \frac{MP}{NP} = \frac{3}{5}$$

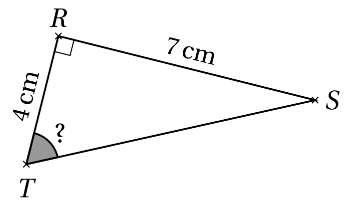
$$\widehat{MPN} = \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) \approx 53°$$



Dans le triangle RST, rectangle en R, on a :

$$\tan\left(\widehat{RTS}\right) = \frac{RS}{RT} = \frac{7}{4}$$

$$\widehat{RTS} = \tan^{-1}\left(\frac{7}{4}\right) \approx 60°$$



➢ Calcul d'une longueur

Dans un triangle rectangle, si on connaît la longueur d'un côté et la mesure d'un angle, on peut calculer la longueur des deux autres côtés.

Exemples :

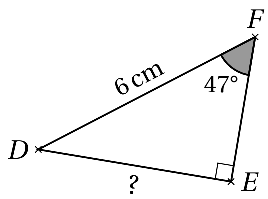
Dans le triangle DEF, rectangle en E, on a :

$$\sin\left(\widehat{DFE}\right) = \frac{DE}{DF}$$

$$\sin(47°) = \frac{DE}{6} \quad \boldsymbol{\rightarrow} \quad \frac{\sin(47°)}{1} = \frac{DE}{6}$$

$DE = 6 \times \sin(47°) \div 1$ (produits en croix)

$DE = \approx 4{,}4$ cm



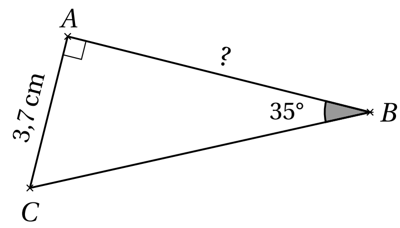
Dans le triangle ABC, rectangle en A, on a :

$$\tan\left(\widehat{ABC}\right) = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan(35°) = \frac{3{,}7}{AB} \quad \boldsymbol{\rightarrow} \quad \frac{\tan(35°)}{1} = \frac{3{,}7}{AB}$$

$AB = 3{,}7 \times 1 \div \tan(35°)$ (produits en croix)

$AB \approx 5{,}3$ cm



4 Relations trigonométriques *(facultatif)*

a désigne la mesure d'un angle aigu.

$$\begin{cases} [\cos(a)]^2 + [\sin(a)]^2 = 1 \\ \text{et} \\ \tan(a) = \dfrac{\sin(a)}{\cos(a)} \end{cases}$$