

PROPORTIONNALITÉ ET POURCENTAGE

1 PROPORTIONNALITÉ

> Définition

On reconnaît une situation de proportionnalité lorsque les grandeurs évoluent de la même manière si on les multiplie ou si on les divise.

Exemples :

- Si 1 kg de pommes coûtent 1,60 €, alors 3 kg coûtent 3 fois plus, c'est-à-dire $3 \times 1,60 = 4,80$ €.
C'est donc une situation de proportionnalité.
- A 11 ans, Pierre mesure 1,40 m. Á 22 ans, il ne mesurera pas le double de 1,40 m.
Ce n'est donc pas une situation de proportionnalité.

> Propriétés additive et multiplicative

Exemple :

Samuel fait des crêpes pour 7 personnes. Il sait que pour 3 personnes il faut 120 g de farine. Combien lui faut-il de farine ?
On va utiliser les propriétés de la proportionnalité :

- Masse de farine pour 6 personnes :

Nombre de personnes	3	6
Masse de farine (en g)	120	?

$\times 2$

$\times 2$

$120 \times 2 = 240$: il faut 240 g de farine pour 6 personnes.

- Masse de farine pour 1 personnes :

Nombre de personnes	3	1
Masse de farine (en g)	120	?

$\div 3$

$\div 3$

$120 \div 3 = 40$: il faut 40 g de farine pour 1 personne.

- Masse de farine pour 7 personnes :

Nombre de personnes	6	1	7
Masse de farine (en g)	240	40	?

$=$

$+$

$+$

$240 + 40 = 280$: il faut 280 g de farine pour 7 personnes.

> Passage à l'unité

Pour résoudre un problème dans lequel intervient la proportionnalité, on peut d'abord calculer pour une unité.

Exemple :

Le prix d'un tissu est proportionnel à la longueur achetée. Noa achète un tissu rayé pour recouvrir ses chaises longues, il paie 47,80 € pour 4 m. Combien aurait-il payé pour 5 m de tissu ?

Tissu (en m)	4	1	5
Prix (en €)	47,80	?	?

$\div 4$ $\times 5$

$\div 4$ $\times 5$

$47,80 \div 4 = 11,95$ → 1 mètre de tissu coûte 11,90 €.

$11,95 \times 5 = 59,75$ → 5 mètres de tissu coûtent 59,75 €.

> Coefficient de proportionnalité

Pour résoudre un problème dans lequel intervient la proportionnalité, on peut calculer un coefficient de proportionnalité, c'est-à-dire le nombre qui permet de passer d'une grandeur à une autre.

Exemple :

Lewis Hamilton a gagné le grand prix de Silverstone en juillet 2015. Il a parcouru 306,8 km et a effectué 52 tours de circuit. Il s'est arrêté pour faire le plein au bout de 38 tours. Quelle distance avait-il parcourue à ce moment-là?

Nombre de tours effectués	52	38
Distance parcourue (en km)	306,8	?

→ × ?

Pour trouver le coefficient de proportionnalité, on effectue $306,8 \div 52 = 5,9$: 5,9 est un coefficient de proportionnalité, c'est aussi la longueur d'un tour de circuit.

Ensuite, on calcule la longueur des 38 tours parcourus jusqu'au plein : $38 \times 5,9 = 224,2$. Finalement au bout de 38 tours de circuit, Lewis Hamilton a déjà parcouru 224,2 km.

2 POURCENTAGE

Un pourcentage traduit une situation de proportionnalité.

Exemple :

Dans un gâteau de 450 g, il y a 35 % de chocolat. Quelle est la masse de chocolat dans ce gâteau?

Signification : Il y a 35 % de chocolat dans le gâteau signifie que pour 100 g de gâteau, il y a 35 g de chocolat.

D'où le tableau de proportionnalité :

Masse de gâteau (en g)	100	450
Masse de chocolat (en g)	35	?

→ × 0,35

Pour trouver le coefficient de proportionnalité, on effectue : $35 \div 100 = 0,35$. On calcule ensuite la masse de chocolat en faisant : $450 \times 0,35 = 157,5$. Dans ce gâteau de 450 g, il y a donc 157,5 g de chocolat.

Cas particuliers :

- Pour calculer 50% d'un nombre, on le divise par 2.
- Pour calculer 25% d'un nombre, on le divise par 4.
- Pour calculer 10% d'un nombre, on le divise par 10.

Exemples :

- 50 % de 130 € vaut 65 € car $130 \div 2 = 65$.
- 25 % de 72 km vaut 18 km car $72 \div 4 = 18$.
- 10 % de 51 L vaut 5,1 L car $51 \div 10 = 5,1$.