Géométrie dans l'espace

I Polyèdre

➢ Définition

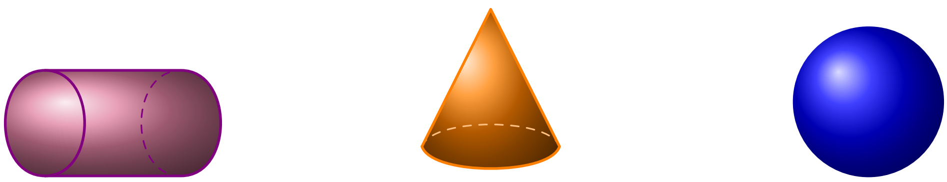
Un *polyèdre* est un solide dont toutes les faces sont des polygones.

Exemples :

- Le cube, le pavé droit (ou parallélépipède rectangle), le prisme droit et la pyramide sont des polyèdres.

Cube Pavé droit Prisme droit Pyramide

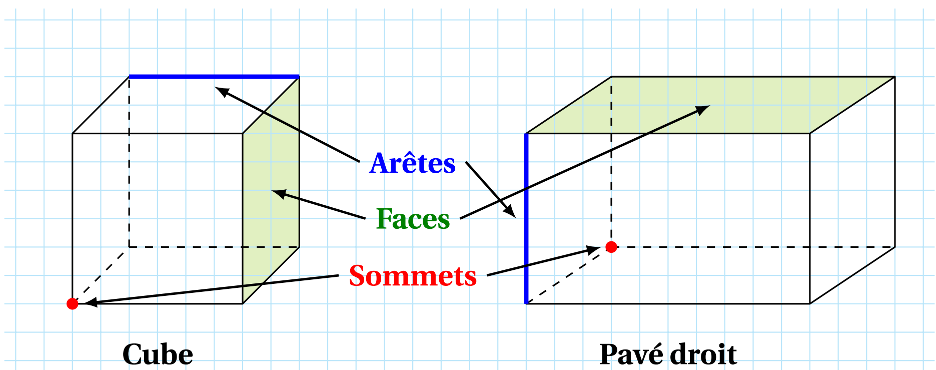
- Le cylindre, le cône et la sphère ne sont pas des polyèdres.



Cylindre Cône Sphère

➢ Pavé droit et cube

Un *parallélépipède rectangle* (ou pavé droit) est un solide dont les 6 faces sont des rectangles.
Un *cube* est un pavé droit particulier dont les 6 faces sont des carrés.
Un parallélépipède rectangle (et donc un cube) a 8 sommets et 12 arêtes.
Les faces opposées d'un pavé droit ont les mêmes dimensions et sont parallèles.

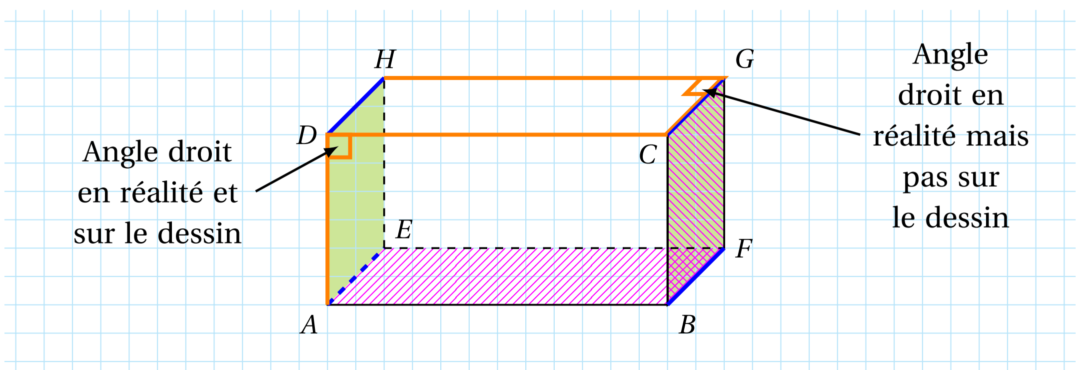


Remarque : Toutes les arêtes du cube sont de même longueur.

2 Représentation en perspective cavalière

Pour représenter un parallélépipède rectangle en perspective cavalière :

- on représente les faces avant et arrière par des rectangles ;
- on représente les autres faces rectangulaires par des parallélogrammes ;
- on réduit les longueurs des arêtes qui n'appartiennent pas aux faces avant et arrière ;
- on trace en pointillés les arêtes cachées.



Sur le pavé droit dessiné ci-dessus :

- Les arêtes $[DH]$, $[CG]$, $[AE]$ et $[BF]$ (en bleu) sont parallèles et de même longueur.
- Les arêtes $[AD]$ et $[DC]$ sont perpendiculaires ainsi que les arêtes $[HG]$ et $[CG]$ (en orange).
- Les faces $DHEA$ et $CGFB$ sont opposées, parallèles et de même dimension (en vert).
- Les faces $CGFB$ et $BFEA$ sont perpendiculaires (en rose).

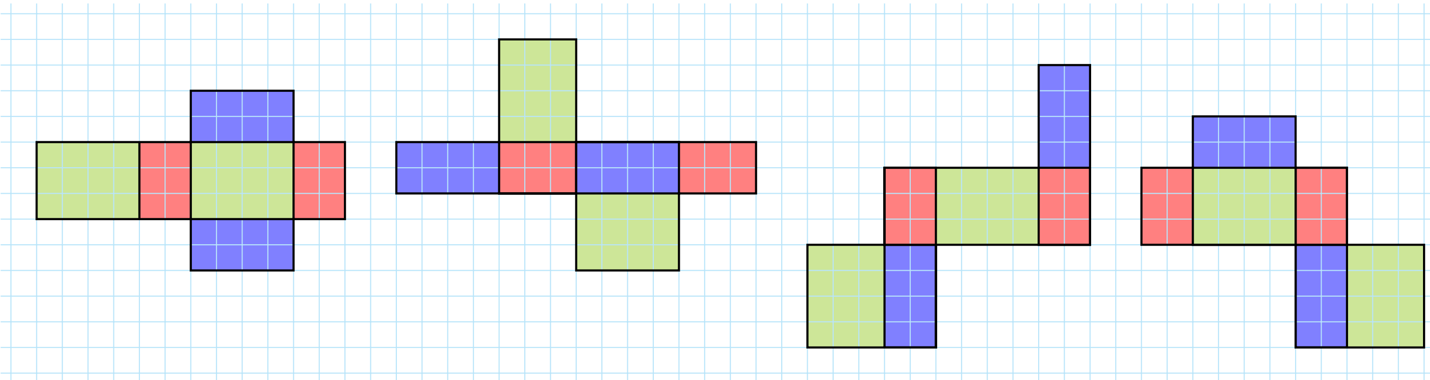
Remarque : les arêtes parallèles dans la réalité le sont aussi sur le dessin, mais les angles droits dans la réalité ne sont pas toujours dessinés ainsi.

3 Patron

En découpant un parallélépipède rectangle le long de certaines arêtes, on obtient une surface plane appelée *patron*.

Selon le choix des arêtes découpées, on peut obtenir des patrons différents d'un même pavé droit.

Exemple : les 4 dessins ci-dessous sont les patrons d'un même pavé droit sur lesquels les faces opposées et parallèles sont coloriées de la même couleur.



4 Volume

➢ Unités de volume

L'unité légale de volume est le *mètre cube* (noté m^3) : c'est le volume d'un cube de 1 m d'arête.

On utilise aussi ses multiples (km^3, hm^3 et dam^3) et ses sous-multiples (dm^3, cm^3 et mm^3) sachant que :

$$1\,\text{km}^3 = 1\,000\,\text{hm}^3 \qquad 1\,\text{hm}^3 = 1\,000\,\text{dam}^3 \qquad 1\,\text{dam}^3 = 1\,000\,\text{m}^3$$

$$1\,\text{m}^3 = 1\,000\,\text{dm}^3 \qquad 1\,\text{dm}^3 = 1\,000\,\text{cm}^3 \qquad 1\,\text{cm}^3 = 1\,000\,\text{mm}^3$$

Le tableau suivant indique comment changer d'unités :

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
											0	6	4	5	0	0	0			
					0	0	0	2	3	0	0	0	0	0						

Exemples :

- 645 dm^3 = 645 000 cm^3 = 0,645 m^3
- 2,3 dam^3 = 2 300 m^3 = 2 300 000 dm^3 = 0,002 3 hm^3

On utilise également les unités de capacité dont l'unité usuelle est le **litre** (noté L) sachant que 1 **L** = 1 **dm^3**.

On utilise aussi les multiples du L : hL et daL et les sous-multiples du L : dL, cL et mL.

On obtient donc le tableau de conversion suivant :

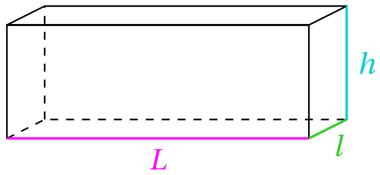
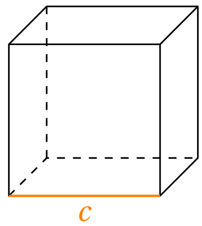
km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
												hL	daL	L	dL	cL	mL			
												0	0	5	0	0	0			
											0	0	0	0	7	5	0			

Exemples :

- 5 L = 5 dm^3 = 50 dL = 5 000 mL= 0,05 hL
- 75 cL = 750 mL = 750 cm^3 = 0,75 dm^3 = 0,000 75 m^3

➢ Formules de volume

Pour calculer le volume d'un pavé droit ou celui d'un cube, on multiplie les 3 dimensions du solide exprimées dans la même unité.

	Parallélépipède rectangle	**Cube**
Figure		
Volume	$\mathscr{V} = L \times l \times h$	$\mathscr{V} = c \times c \times c$

Exemples :

- Calcul du volume d'un cube de 5,3 cm de côté :
  $\mathscr{V} = 5{,}3 \times 5{,}3 \times 5{,}3 = 148{,}877$ cm^3 : le volume du cube est 148,877 cm^3.
- Calcul du volume d'un pavé droit de 32 mm de long, de 2,5 cm de large et de 0,4 dm de hauteur :
  On commence par convertir les 3 dimensions dans la même unité, on choisit les cm : 32 mm = 3,2 cm et 0,4 dm = 4 cm.
  $\mathscr{V} = 3{,}2 \times 2{,}5 \times 4 = 32$ cm^3 : le volume du pavé droit est 32 cm^3.