

## 4 FACTORISATION

### ➤ Avec facteur commun

Factoriser une expression littérale, c'est la transformer en un produit. Pour cela, en général, on utilise la règle de distributivité simple dans l'autre sens qui consiste à repérer un facteur commun :

$$ka + kb = k(a + b)$$

**Exemples :**

$$A = 15x^2 - 10x$$

$$B = (7x - 1)(2x - 3) + 4(2x - 3)$$

$$A = 5x \times 3x - 5x \times 2$$

$$B = (2x - 3) [(7x - 1) + 4]$$

$$A = 5x(3x - 2)$$

$$B = (2x - 3)(7x - 1 + 4) = (2x - 3)(7x + 3)$$

### ➤ Sans facteur commun

On peut être amené à factoriser une expression ne comportant pas de facteur commun. Il faudra alors penser aux identités remarquables écrites dans l'autre sens :

$a$  et  $b$  sont deux nombres relatifs, les identités remarquables dans le sens de la *factorisation* sont :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

C'est essentiellement celle-ci qu'on utilisera en 3<sup>e</sup>

**Exemples :**

$$A = x^2 + 6x + 9$$

$$B = 49x^2 - 56x + 16$$

$$C = 36x^2 - 25$$

$$A = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2$$

$$B = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 4 + 4^2$$

$$C = (6x)^2 - 5^2$$

$$A = (x + 3)^2$$

$$B = (7x - 4)^2$$

$$C = (6x + 5)(6x - 5)$$

### ➤ Factorisations complexes

- On veut factoriser l'expression  $A = (3x - 7)^2 - (3x - 7)(2x + 3)$ .

Ici on utilise la simple distributivité en se rappelant que  $(3x - 7)^2 = (3x - 7)(3x - 7)$  :

$$A = \underbrace{(3x - 7)}_k \underbrace{(3x - 7)}_a - \underbrace{(3x - 7)}_k \underbrace{(2x + 3)}_b$$

$$A = (3x - 7) [(3x - 7) - (2x + 3)]$$

$$A = (3x - 7)(3x - 7 - 2x - 3)$$

$$A = (3x - 7)(x - 10)$$

- On veut factoriser l'expression  $B = (3x + 4)^2 - 49$ .

Il n'y a pas de facteur commun, on pense aux identités remarquables.

$$B = (3x + 4)^2 - 7^2$$

On utilise :  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  avec  $a = (3x + 4)$  et  $b = 7$ .

$$B = [(3x + 4) + 7] [(3x + 4) - 7]$$

$$B = (3x + 4 + 7)(3x + 4 - 7)$$

$$B = (3x + 4)(3x - 3)$$

- On veut factoriser l'expression  $C = (5x - 1)^2 - (3x - 11)^2$ .

Il n'y a pas de facteur commun, on pense aux identités remarquables.

On utilise :  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  avec  $a = (5x - 1)$  et  $b = (3x - 11)$ .

$$C = [(5x - 1) + (3x - 11)] [(5x - 1) - (3x - 11)]$$

$$C = (5x - 1 + 3x - 11)(5x - 1 - 3x + 11)$$

$$C = (8x - 12)(2x + 10)$$

- On veut factoriser l'expression  $D = (x + 4)(3x + 7) + (x + 1)^2 - 9$ . Il n'y a pas de facteur commun et on ne reconnaît pas une identité remarquable.

$$D = (x + 4)(3x + 7) + \underbrace{(x + 1)^2 - 3^2}_{a^2 - b^2}$$

$$D = (x + 4)(3x + 7) + [(x + 1) + 3] [(x + 1) - 3]$$

$$D = (x + 4)(3x + 7) + (x + 1 + 3)(x + 1 - 3)$$

$$D = \underbrace{(x + 4)}_k \underbrace{(3x + 7)}_a + \underbrace{(x + 4)}_k \underbrace{(x - 2)}_b$$

$$D = (x + 4) [(3x + 7) + (x - 2)]$$

$$D = (x + 4)(3x + 7 + x - 2)$$

$$D = (x + 4)(4x + 5)$$