

ÉQUATIONS DU 1^{ER} DEGRÉ À UNE INCONNUE

1 DÉFINITIONS

- Une *équation* est une égalité où des nombres inconnus sont remplacés par des lettres.

Exemple :

$$\underbrace{7x-3}_{1^{\text{er}} \text{ membre}} = \underbrace{2x+12}_{2^{\text{e}} \text{ membre}} \text{ est une équation d'inconnue } x.$$

- *Résoudre* une équation d'inconnue x , c'est déterminer toutes les valeurs possibles du nombre x qui vérifient l'égalité.

Chacune de ces valeur est appelée *solution* de l'équation.

2 PROPRIÉTÉS DES ÉGALITÉS

- On ne change pas une égalité si on ajoute ou si on enlève un *même nombre* à chacun de ses membres.
 a , b et c sont trois nombres relatifs.

Si $a = b$,	alors	$\begin{cases} a + c = b + c \\ \text{et} \\ a - c = b - c \end{cases}$
--------------	-------	---

- On ne change pas une égalité si on multiplie ou si on divise par un *même nombre non nul* chacun de ses membres.

a , b et c sont trois nombres relatifs avec $c \neq 0$.

Si $a = b$,	alors	$\begin{cases} a \times c = b \times c \\ \text{et} \\ a : c = b : c \end{cases}$
--------------	-------	---

Exemples :

On considère un nombre relatif x .

- Si $x = 8$, alors $x+5 = 8+5$ et donc $x + 5 = 13$.
- Si $x = -6$, alors $x-1 = -6-1$ et donc $x - 1 = -7$.
- Si $x = -3$, alors $x \times 4 = -3 \times 4$ et donc $4x = 12$.
- Si $x = 10$, alors $\frac{x}{2} = \frac{10}{2}$ et donc $\frac{x}{2} = 5$.

3 ÉQUATIONS DE RÉFÉRENCE

- L'équation $a + x = b$ admet une seule solution : $x = b - a$.
- L'équation $ax = b$, avec $a \neq 0$, admet une seule solution : $x = \frac{b}{a}$.

Exemples :

- Résolution de l'équation $3 + x = -7$: on a donc $x = -7 - 3 = -10$.
→ La solution de l'équation $3 + x = -7$ est le nombre -10 .
- Résolution de l'équation $-5x = 3$: on a donc $x = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$.
→ La solution de l'équation $-5x = 3$ est le nombre $-\frac{3}{5}$.

4 EXEMPLE D'ÉQUATION À RÉSOUDRE

On veut résoudre l'équation $7x - 4 = 3x + 12$.

$$\begin{array}{ccc}
 7x - 4 & = & 3x + 12 \\
 \text{On soustrait } 3x & & \text{On soustrait } 3x \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 7x - 4 - 3x & = & 3x + 12 - 3x \\
 \text{On simplifie} & & \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 4x - 4 & = & 12 \\
 \text{On ajoute } 4 & & \text{On ajoute } 4 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 4x - 4 + 4 & = & 12 + 4 \\
 \text{On simplifie} & & \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 4x & = & 16 \\
 \text{On divise par } 4 & & \text{On divise par } 4 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \frac{4x}{4} & = & \frac{16}{4} \\
 \text{On simplifie} & & \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 x & = & 4
 \end{array}$$

→ La solution de l'équation $7x - 4 = 3x + 12$ est le nombre 4.

5 RÉSOUDRE UN PROBLÈME

Pour résoudre un problème, on essaye de respecter les étapes suivantes :

- on choisit l'inconnue;
- on met le problème en équation;
- on résout l'équation;
- on conclut en vérifiant la cohérence de la solution avec le problème posé.

Énoncé

Benoît a 14 ans et son père a 40 ans.

Dans combien d'années l'âge du père de Benoît sera-t-il le double de l'âge de Benoît ?

Résolution

Choix de l'inconnue	Mise en équation	Résolution	Conclusion
On note x le nombre d'années recherché.	Dans x années : Benoît → $14 + x$ ans. Son père → $40 + x$ ans. Équation : $40 + x = 2 \times (14 + x)$.	$40 + x = 2 \times (14 + x)$ $40 + x = 28 + 2x$ $40 - 28 = 2x - x$ $x = 12$ Solution : 12.	Dans 12 ans : Benoît → 26 ans. Son père → 52 ans. On a bien $52 = 2 \times 26$. Réponse : dans 12 ans.

6 DÉSIGNATIONS DE CERTAINS NOMBRES

n désigne un nombre entier relatif :

- le **suivant** de n est $n + 1$;
- le **précédent** de n est $n - 1$;
- un **nombre pair** s'écrit sous la forme $2n$;
- un **nombre impair** s'écrit sous la forme $2n + 1$;
- un **multiple de 7** par exemple s'écrit sous la forme $7n$ (pour $n \geq 0$).